

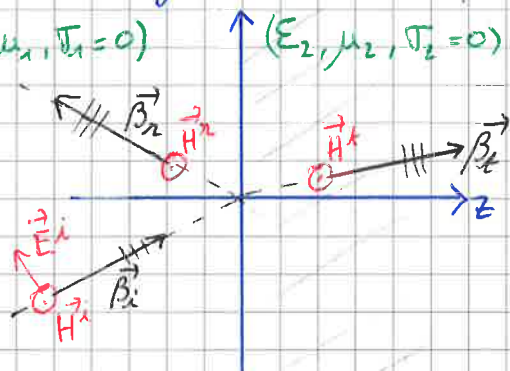


ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

C46 - Interface TM

$$(\epsilon_1, \mu_1, T_1 = 0)$$

$$(\epsilon_2, \mu_2, T_2 = 0)$$



= polarisation parallèle
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{TM}_z \\ \text{P} \\ \text{verticale} \end{array} \right.$

En TM, $\vec{H}$ joue le rôle de $\vec{E}$

⇒ appliquons la dualité à la solution TE pour trouver la sol TM

C47 - Coefficients de Fresnel TM

TE

$$y_{\perp} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\beta_{zt}}{\beta_{zi}}$$

$$r_{\perp} = \frac{1 - y_{\perp}}{1 + y_{\perp}}$$

$$T_{\perp} = \frac{2}{1 + y_{\perp}}$$

définis pour $\vec{E}$
 $(\text{ex } |\vec{E}^{\text{tr}}| = |r_{\perp}| |\vec{E}^{\text{i}}|)$

TM

$$y_{\parallel} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \frac{\beta_{zt}}{\beta_{zi}}$$

$$r_{\parallel} = \frac{1 - y_{\parallel}}{1 + y_{\parallel}}$$

$$T_{\parallel} = \frac{2}{1 + y_{\parallel}}$$

définis pour $\vec{H}$
 $(\text{ex } |\vec{H}^{\text{tr}}| = |r_{\parallel}| |\vec{H}^{\text{i}}|)$



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

C48 - Ondes TE vs TM

Si l'angle θ_t existe (c'est-à-dire si $n_1 < n_2$, ou bien $n_1 > n_2, \theta < \theta_c$)

alors :

$$\frac{\beta_{ze}}{\beta_{zi}} = \frac{\omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} \cos \theta_t}{\omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1} \cos \theta_i}$$

$$y_{\perp} = \frac{\eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i}$$

$$r_{\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$$

pour $\vec{E}$

$$y_{\parallel} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i}$$

$$r_{\parallel} = \frac{\eta_1 \cos \theta_i - \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}$$

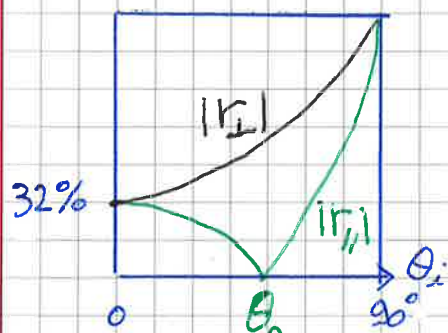
$$t_{\parallel} = \frac{2 \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}$$

pour $\vec{H}$

C49 - Interface air/sable

$$\mu_1 = \mu_2 = 1, \epsilon_{r2} = 3.8$$

$$\eta_1 = \eta_0, \eta_2 = \frac{1}{\sqrt{3.8}} \eta_0$$



angle spécial de

transmission totale = angle
de BREWSTER

Formule:

Si $\mu_1 = \mu_2$, alors $|r_{\parallel}| = 0$ implique

$$\eta_1 \cos \theta_B = \eta_2 \cos \theta_t \Rightarrow \cos \theta_B = \frac{\eta_2}{\eta_1} \cos \theta_t$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta_B = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}^2 \left(1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_B \right)$$

$$\Rightarrow \tan^2 \theta_B = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \Rightarrow \theta_B = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

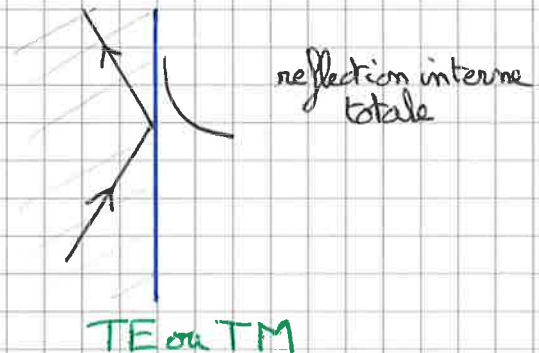
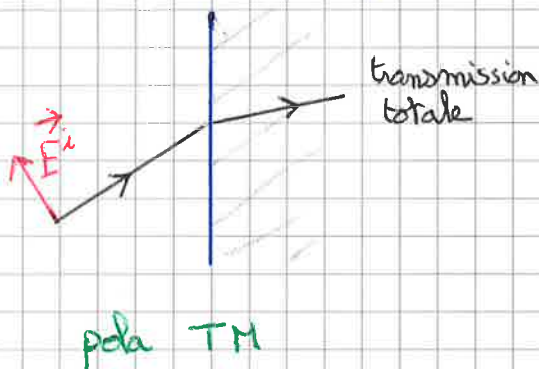
* Bilan d'énergie: $|r_{||}| = 0$

$$\Rightarrow n_1 \cos \theta_B = n_2 \cos \theta_t \Rightarrow y_{||} = \frac{n_2}{n_1} \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_B} = 1$$

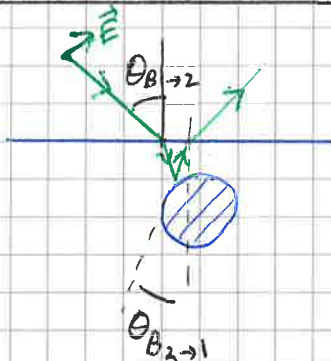
$$\Rightarrow 1 - |r_{||}|^2 = \underbrace{y_{||}}_{100\% \text{ est transmis}} |t_{||}|^2$$

* Remarque: ① $\theta_B \neq \theta_c$!

$$\theta_B = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$



② Détection de mine



$\theta_{B \rightarrow 1}$ est l'angle θ_t de $\theta_{B \rightarrow 2}$!

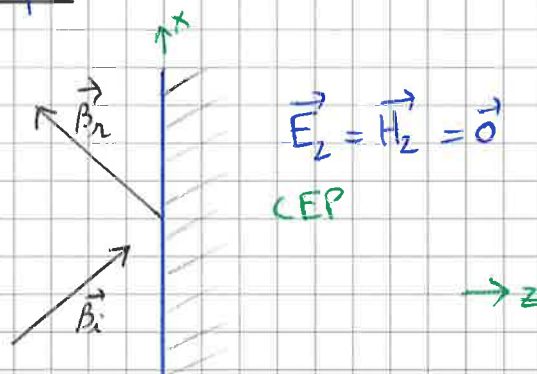
③ si $\mu_1 = \mu_2$ et $\epsilon_1 \neq \epsilon_2 \Rightarrow \theta_B = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \right)$ pour pola //

si $\mu_1 \neq \mu_2$ et $\epsilon_1 = \epsilon_2 \Rightarrow \theta_B = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \right)$ pour pola $\perp \rightarrow$ rare...



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

C50 - Conducteurs parfait



$$\text{BC: } \begin{cases} \hat{n} \times \vec{E}_n = 0 \\ \hat{n} \times \vec{H}_n = \vec{J}_s \end{cases}$$

* pola $\perp$:

$$\begin{cases} E_y^i = E_0 e^{-j\beta_{x_i} x} e^{-j\beta_{z_i} z} \\ E_y^r = E_0 \Gamma_{\perp} e^{-j\beta_{x_i} x} e^{+j\beta_{z_i} z} \end{cases}$$

$$\text{BC} \Rightarrow 1 + \Gamma_{\perp} = 0 \Rightarrow \underline{\Gamma_{\perp} = -1}$$

* pola $\parallel$:

$$\begin{cases} H_y^i = H_0 e^{-j\beta_{x_i} x} e^{-j\beta_{z_i} z} \\ H_y^r = H_0 \Gamma_{\parallel} e^{-j\beta_{x_i} x} e^{+j\beta_{z_i} z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x^i = \frac{\beta_{z_i}}{\omega \epsilon_1} H_0 e^{-j\beta_{x_i} x} e^{+j\beta_{z_i} z} \\ E_x^r = -\frac{\beta_{z_i}}{\omega \epsilon_1} H_0 \Gamma_{\parallel} e^{-j\beta_{x_i} x} e^{+j\beta_{z_i} z} \end{cases}$$

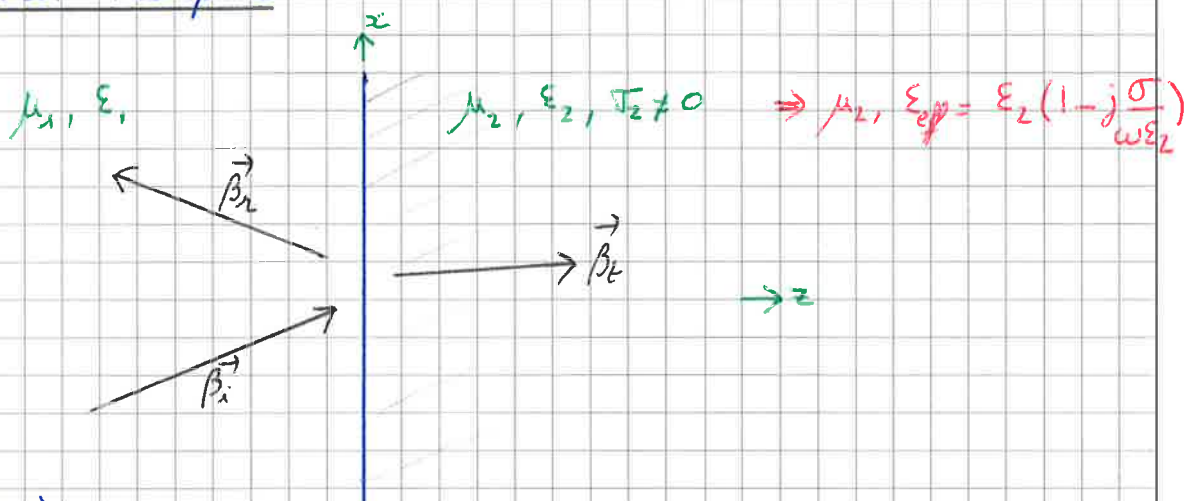
$$\text{BC} \Rightarrow 1 - \Gamma_{\parallel} = 0 \Rightarrow \underline{\Gamma_{\parallel} = +1}$$

→ power $\vec{H}$

C51 - Cas général = superposition TE/TM



C52 - Milieux avec pertes



* vecteurs d'onde

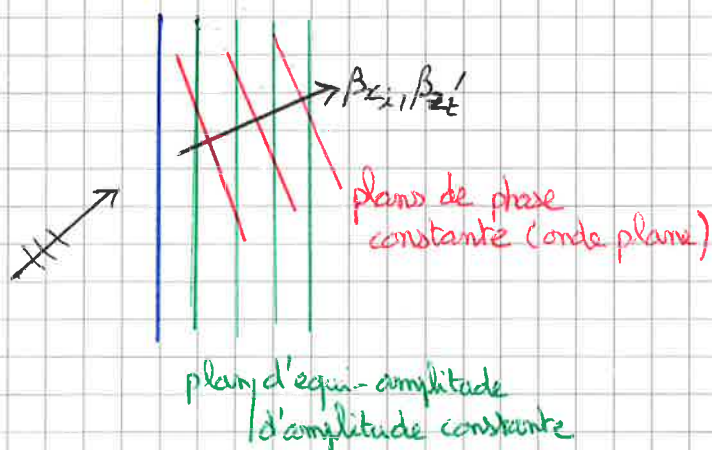
$$\vec{\beta}_t = \beta_{x_t} \hat{x} + \beta_{z_t} \hat{z}$$

β_{x_t} " (continuité de phase) " RD milieu 2

$$\beta_{z_t} = \sqrt{\omega^2 \mu_2 \epsilon_{\text{eff}} - \beta_{x_t}^2} = \beta_{z_t}' - j\beta_{z_t}'' = \beta - j\alpha \quad (\text{choisir la sol avec } \alpha > 0)$$

* Onde transmise :

$$e^{-j\beta_{x_t}x} e^{-j\beta_{z_t}z} = \underbrace{e^{-j\beta_{x_t}x} e^{-j\beta_{z_t}'z}}_{\text{propagation}} \underbrace{e^{-\beta_{z_t}''z}}_{\text{atténuation}}$$





e) Théorie des lignes de transmission

C53 - Théorie pour les ondes TE

Montrons que les équations de Maxwell $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$ et $\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E}$ sont équivalentes, pour des ondes planes TE, aux équations des lignes de transmission $\partial_z V = -j\omega L I$ et $\partial_z I = -j\omega C V$ (cf cours EM-1, III a) (iii)).

Pour les ondes TE, on a que E_y , H_x et H_z

$$\Rightarrow \begin{cases} \partial_z H_x - \partial_x H_z = j\omega\epsilon E_y & (1) \\ \partial_x E_y = -j\omega\mu H_z & (2) \\ -\partial_z E_y = -j\omega\mu H_x & (3) \end{cases} \Rightarrow \partial_z V = -j\omega L I, V \leftrightarrow -E_y, I \leftrightarrow H_x, L \leftrightarrow \mu$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow \partial_z H_x = j\omega\epsilon E_y + \frac{1}{-j\omega\mu} \partial_x^2 E_y = -j\omega\epsilon \left[(-E_y) + \frac{1}{\omega^2\mu\epsilon} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \right]$$

Onde plane $\vec{\beta} = \beta_x \hat{x} + \beta_z \hat{z} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = -j\beta_x$



$$\Rightarrow \partial_z H_x = (-j\omega\epsilon)(-E_y) \underbrace{\left(1 - \frac{\beta_x^2}{\beta^2}\right)}_{\cos^2\theta} \Rightarrow \partial_z I = -j\omega C V, C \leftrightarrow \epsilon \cos^2\theta$$

analogue à une ligne de transmission avec

$$\boxed{\begin{aligned} \beta_{TE} &= \omega\sqrt{LC} = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \cos\theta \\ Z_{TE} &= \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\cos\theta} \end{aligned}}$$

↓
Z



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

C54 - Lien avec $r_{TE} = r_{\perp}$



$$\Rightarrow R = \frac{Z_{TE2} - Z_{TE1}}{Z_{TE2} + Z_{TE1}} = \frac{\eta_2 \frac{1}{\cos \theta_r} - \eta_1 \frac{1}{\cos \theta_i}}{\eta_2 \frac{1}{\cos \theta_r} + \eta_1 \frac{1}{\cos \theta_i}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_r}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_r} = r_{\perp}!$$

C55 - Théorie pour les ondes TM E_x, E_z et H_y seulement

$$\Rightarrow \begin{cases} \partial_z E_x - \partial_x E_z = -j\omega\mu H_y & (1) \\ \partial_x H_y = j\omega\epsilon E_z & (2) \\ \partial_z H_y = j\omega\epsilon E_x & (3) \end{cases} \rightarrow \partial_z I = -j(\omega V, I \leftrightarrow H_x, V \leftrightarrow E_x, C \leftrightarrow \epsilon$$

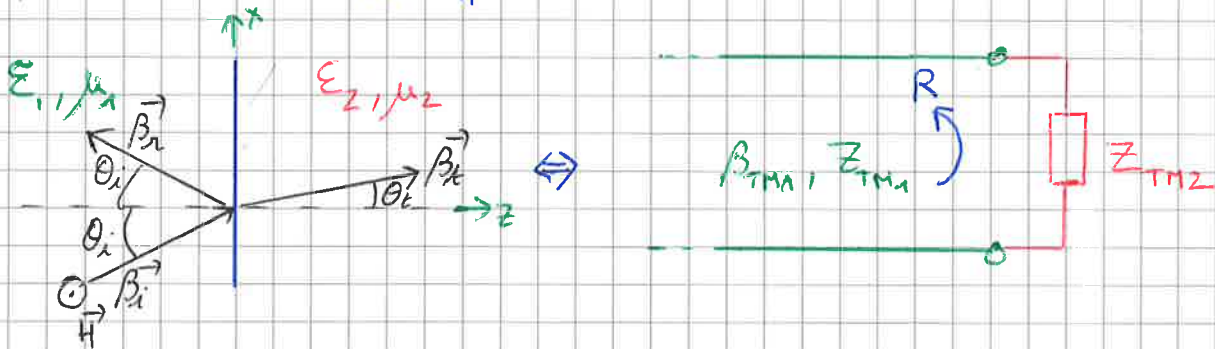
$$(1) \& (2) \Rightarrow \partial_z E_x = -j\omega\mu H_y + \frac{1}{j\omega\epsilon} \partial_{x^2}^2 H_x = -j\omega\mu \left(H_y + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)$$

$$\Rightarrow \partial_z E_x = -j\omega\mu \underbrace{\left(1 - \frac{\beta_{x^2}^2}{\beta^2} \right)}_{\cos^2 \theta} H_y \rightarrow \partial_z V = -j\omega L I, L \leftrightarrow \mu \cos^2 \theta$$

$\Rightarrow$ analogue à une ligne de transmission avec

$$\beta_{TM} = \omega \sqrt{LC} = \omega \sqrt{\mu\epsilon} \cos \theta$$

$$Z_{TM} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cos \theta$$

C56 - Lien avec $\Gamma_{TM} = \Gamma_{||}$


$$R = \frac{Z_{TM2} - Z_{TM1}}{Z_{TM2} + Z_{TM1}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} = \Gamma_{||}$$

$\Rightarrow$ Transmission de Brewster $\Leftrightarrow Z_{TM2}(\theta_B) = Z_{TM1}(\theta_B) \Leftrightarrow$ adaptation d'impédance
 à $\theta_i = \theta_B$